

# Early Math Initiative

## Las figuras geométricas y el razonamiento espacial: El desarrollo del conocimiento sobre geometría desde la infancia hasta los primeros años de la escuela



Desde el nacimiento, los humanos somos conscientes de los objetos de nuestro entorno. Cuando solo tienen algunas semanas, los bebés pueden dirigir su mirada hacia objetos e incluso seguir objetos que se mueven en el espacio.<sup>[1-3]</sup> A través de la exploración y la manipulación de objetos, los bebés y niños aprenden sobre los diferentes atributos de los objetos, por ejemplo su color, forma o tamaño. Los bebés también aprenden cómo los objetos se mueven en el espacio y cómo interactúan con el entorno. Al segundo año de vida, a medida que su vocabulario aumenta, los niños aprenden palabras para describir figuras geométricas (por ejemplo: “Mira, tengo dos círculos”) o instrucciones espaciales (por ejemplo: “Levántame”). Organizan el mundo mentalmente, clasificando objetos basados en sus características, como su forma, y aprenden a utilizar sus habilidades de rotación mental para predecir cómo se comportarán los objetos en el espacio. En conjunto, estas habilidades son la base para el desarrollo de la comprensión de los niños de la geometría y tienen un papel importante en el desarrollo posterior de los niños del conocimiento matemático.<sup>[4-6]</sup>

La geometría es un dominio de las matemáticas que implica el estudio de las figuras geométricas y el razonamiento espacial. En la primera infancia, razonar sobre las figuras incluye la capacidad de los niños de diferenciar entre varias formas de dos y tres dimensiones, unir formas idénticas o clasificar figuras de diversos tamaños o colores. Los niños pequeños también aprenden los nombres correctos de las figuras geométricas, en inglés o en su lengua materna, y comienzan a aprender sobre los atributos de las figuras individuales (por ejemplo, los cuadrados tienen cuatro lados iguales y cuatro ángulos rectos).

**Los niños pequeños aprenden los nombres de las figuras geométricas, en inglés o en su lengua materna, y comienzan a aprender sobre los atributos de las figuras individuales.**

### En este informe

- Un resumen de los hallazgos de la investigación sobre el desarrollo de las habilidades y los conceptos de geometría desde la infancia hasta los primeros años de la escuela
- Implicaciones prácticas para educadores y cuidadores que trabajan con niños, sobre cómo pueden apoyar el desarrollo de los niños de las habilidades y los conceptos de geometría mediante las interacciones diarias y las actividades de aprendizaje

El razonamiento espacial (también conocido como sentido espacial) está compuesto de varios componentes. Incluye la orientación espacial (saber dónde está uno o un objeto en el espacio, por ejemplo: ¿Estás cerca o lejos de la mesa?), la navegación espacial (saber cómo ir desde un lugar al otro utilizando representaciones mentales del entorno, por ejemplo: ¿Cómo puedes ir desde la silla hasta tu juguete?), y la visualización espacial (imaginar cómo lucen los objetos cuando les damos vuelta o los rotamos, por ejemplo, la rotación mental).

**Las habilidades espaciales apoyan el aprendizaje de por vida en las áreas de ciencias, tecnología, ingeniería y matemáticas.**

Las habilidades espaciales se practican y desarrollan con la experiencia. Una gran cantidad de estudios han demostrado una mejoría en el rendimiento de niños y adultos en tareas espaciales con la práctica o el entrenamiento.<sup>[7,8]</sup> Aunque en la superficie las habilidades espaciales, como la rotación mental, parezcan no estar directamente relacionadas con el aprendizaje matemático, la investigación sugiere que las habilidades espaciales apoyan el aprendizaje de por vida en las áreas de ciencias, tecnología, ingeniería y matemáticas.<sup>[4-6]</sup> Por ejemplo, aprender cómo crear patrones con figuras (ej.: círculo, cuadrado, círculo, círculo, cuadrado) ayuda a los niños a comprender los elementos fundamentales del álgebra. Cuando los niños piensan en las posiciones de los objetos en el espacio y su distancia entre ellos, aprenden conceptos básicos sobre la medición. Además, la investigación sugiere que las habilidades de rotación mental tempranas pueden apoyar la resolución de problemas aritméticos.<sup>[9,10]</sup>

Este informe tiene como objetivo presentar un resumen de las habilidades y conceptos de geometría en desarrollo de los niños, incluidos el razonamiento espacial y el conocimiento

de las figuras. También proporciona implicaciones prácticas de cómo los educadores pueden apoyar de la mejor manera estas habilidades en la primera infancia.

El apéndice A presenta un resumen de los fundamentos y estándares sobre la geometría de bebés y niños pequeños, niños en edad preescolar y alumnos de los primeros años de la escuela primaria de California.

## Desarrollar los fundamentos de geometría durante la infancia

Los bebés nacen con la capacidad de desarrollar un conocimiento del mundo espacial en el que viven. Desde una edad muy temprana, los bebés notan las similitudes y las diferencias entre diversos objetos y personas. A medida que desarrollan sus habilidades motoras y obtienen experiencia al interactuar con diversos objetos, los bebés desarrollan su orientación espacial y comienzan a reconocer algunas figuras geométricas básicas.

### Percepción de objetos

Desde el momento en que nacen, los bebés están rodeados de objetos. A través de experiencias y la exploración de los objetos, los bebés descubren cómo se mueven y comportan los objetos en el espacio. Por ejemplo, pueden notar que cuando golpean dos juguetes, los juguetes no se fusionan. En cambio, cada juguete permanece separado y mantiene su conectividad y sus límites (principio de cohesión). También aprenden que un objeto no puede atravesar a otro (principio de solidez) y que los objetos no entran y salen de la existencia, incluso cuando no pueden verlos durante un tiempo. Finalmente, esperan que un objeto que se mueve y desaparece de su vista continúe moviéndose por un camino continuo en el espacio (principio de continuidad). Por ejemplo, cuando un balón pasa rodando detrás de un sillón, los bebés esperan que el balón continúe rodando y vuelva a aparecer al otro lado.<sup>[11-13]</sup> A los cuatro o cinco meses, los bebés ya tienen una comprensión



#### Bebé

- Sigue objetos que se mueven en el espacio
- Diferencia entre figuras básicas (ej.: círculo y cuadrado)
- Nota las ubicaciones y posiciones de los objetos en el espacio
- Comienza a utilizar puntos de referencia para orientarse en el espacio



#### Niño pequeño

- Identifica figuras básicas (ej.: círculo, cuadrado, triángulo equilátero)
- Distingue entre figuras basándose en características perceptuales
- Desarrolla mejores habilidades motoras que resultan en una mejor orientación en el espacio
- Comprende vocabulario espacial limitado (ej.: en, dentro de, sobre)



#### Preescolar

- Clasifica las figuras por sus características perceptuales
- Compone nuevas figuras de otras (ej.: dos triángulos forman un cuadrado)
- Rota objetos mentalmente
- Desarrolla el vocabulario espacial (ej.: frente, dentro, entre)
- Comienza a crear un mapa mental coherente del entorno que lo rodea



#### Escuela primaria

- Clasifica las figuras por los atributos que las definen
- Reconoce varias figuras 2D y 3D
- Compone y descompone figuras de otras (ej.: descompone un hexágono en seis triángulos)
- Resuelve problemas de rotación mental complejos que, por ejemplo, incluyen objetos abstractos o varias rotaciones



WestEd



AIMS center



sólida de estos principios fundamentales y pueden predecir cuándo y cómo se moverán los objetos en el espacio. Tal conocimiento guía las interacciones de los bebés con nuevos objetos.<sup>[12,14,15]</sup>

A medida que los bebés aprenden sobre los principios que guían el movimiento de los objetos, también comprenden sus atributos. Aprenden sobre el tamaño, la forma, el color o la textura del objeto. Conocer estos atributos permite que los niños organicen el mundo que los rodea y que comprendan cómo los objetos interactúan entre sí. Por ejemplo, la investigación sugiere que los bebés de cuatro meses saben que un objeto ancho no cabe en un recipiente estrecho.<sup>[16]</sup> A los ocho meses, los bebés incluso aprenden a adaptar su comportamiento de agarre al tamaño del objeto que intentan tomar. Por ejemplo, los bebés de ocho meses extienden ambas manos al intentar alcanzar un objeto grande, pero solo extienden una al intentar alcanzar un objeto pequeño.<sup>[17]</sup> A los 12 meses, los bebés comprenden que la forma de un objeto afecta su movimiento. Por ejemplo, se sorprenden cuando ven que un cubo rueda pero no cuando ven que un balón rueda.<sup>[18]</sup>

El conocimiento inicial de los bebés de los principios físicos y su creciente comprensión de los atributos de los objetos forman la base para desarrollar conceptos de geometría.



## El reconocimiento de las figuras geométricas

Los bebés prestan mucha atención a las figuras geométricas de su entorno. La investigación sugiere que a los tres o cuatro meses, los bebés no solo notan la diferencia entre figuras básicas, como los círculos, cuadrados, triángulos equiláteros y cruces, sino que también han formado categorías mentales para estas figuras.<sup>[19]</sup> En un estudio, después de que a los bebés se habían presentado múltiples ejemplos de una misma figura (por ejemplo,

seis cuadrados diferentes), les mostraron una nueva figura de la misma categoría de figuras (por ejemplo, un nuevo cuadrado) y una nueva figura de una categoría de figuras diferente (por ejemplo, un círculo). Los investigadores descubrieron que los bebés de entre 3 y 4 meses, pero no los recién nacidos, observaron la nueva categoría de figuras (el círculo) durante un tiempo significativamente mayor, lo que sugiere que luego de solo algunos meses de experiencia con las figuras de su entorno, los bebés han formado categorías para algunas figuras geométricas básicas.<sup>[19]</sup>

**El razonamiento espacial de los bebés se desarrolla a través de la manipulación física de los objetos de su entorno.**

Sin embargo, durante los primeros dos años de vida, el reconocimiento de figuras aún es muy limitado. Los bebés reconocen y combinan solamente figuras básicas, como los círculos y los cuadrados (y ocasionalmente los triángulos). Además, solo consideran que las figuras son iguales si también son idénticas en tamaño y orientación. Por ejemplo, un cuadrado presentado de lado y otro presentado con la punta hacia abajo (en orientación de diamante) son consideradas dos figuras diferentes.<sup>[20]</sup>

## Las habilidades de rotación mental

El razonamiento espacial de los bebés se desarrolla a través de la manipulación física de los objetos de su entorno y está vinculado a sus habilidades motoras en desarrollo. Al sostener y mover objetos, los bebés no solo aprenden sobre los atributos de esos objetos (por ejemplo, la jirafa de juguete tiene una forma redonda en la parte superior, la cabeza, y formas largas en la parte inferior, las piernas), sino también aprenden que manipular los objetos cambia la manera en que se ven. Por ejemplo, aprenden que una jirafa de juguete luce diferente cuando la rotan o la giran.

Tales manipulaciones físicas de los objetos ayudan a los bebés a desarrollar sus habilidades de rotación mental. La rotación mental es la capacidad de imaginar cómo se vería un objeto si lo rotaran. Una manera en que los investigadores han estudiado el desarrollo de las habilidades de rotación mental de los bebés es estudiando su habilidad de discriminar entre un objeto y su imagen espejada. En este tipo de estudio, los investigadores colocan un objeto asimétrico, por ejemplo la letra P, detrás de una pantalla. Al retirar la pantalla, muestran una de dos cosas: el mismo objeto, pero rotado, o una imagen espejada del objeto original.<sup>[21,22]</sup> Si los bebés observan la imagen espejada durante más tiempo que el objeto original rotado, esto sugiere que reconocen que la imagen espejada es un objeto diferente y que el objeto original rotado es el mismo objeto.

Un estudio demostró que los bebés a quienes le permitían manipular físicamente el objeto de antemano pudieron discriminar las imágenes espejadas a la temprana edad de seis



WestEd



AIMS center



meses.<sup>[22]</sup> En otras palabras, la experiencia física de los bebés con un objeto los ayudó a pensar en ese objeto en el espacio y a reconocer que cuando el objeto es rotado, continúa siendo el mismo objeto. Otro estudio descubrió que los bebés de 10 meses (pero no los bebés de 8 y 9 meses) pudieron discriminar entre objetos que son imágenes espejadas luego de observar cómo los objetos eran manipulados por otra persona, a diferencia de interactuar físicamente con los objetos ellos mismos.<sup>[21]</sup> El desarrollo motor de los bebés también tiene un papel en su capacidad de pensar en términos espaciales; en el mismo estudio que describimos, los bebés que tenían un desarrollo motor grueso más avanzado pudieron discriminar mejor entre las imágenes espejadas.

## Navegación y orientación

Otro componente importante del pensamiento espacial incluye la orientación espacial, o la comprensión de las relaciones entre las posiciones en el espacio (saber dónde están los objetos en relación a la ubicación de uno o en relación a otro objeto), y la navegación espacial, o cómo navegar por el entorno (saber cómo llegar del punto A al punto B). Los bebés pueden representar la posición de los objetos en el espacio y guiarse por las pistas principales del entorno para registrar la ubicación de un objeto.<sup>[23]</sup>

Para estudiar las habilidades tempranas de navegación y orientación de los bebés, los investigadores han utilizado un tipo de juego del cucú. En este juego, colocan a un bebé en una habitación y lo entrenan para esperar que una persona aparezca de la misma ventana en un lado de la sala (por ejemplo, a la izquierda) cada vez que escucha un sonido. Luego, trasladan al bebé al lado opuesto de la sala, para que ahora su vista de la sala se vea invertida. Cuando escuchan el sonido en esta nueva orientación, los bebés tienden a anticipar la aparición de la persona y continúan mirando a la izquierda, a pesar del hecho que con esta nueva orientación, la persona aparece por la derecha.<sup>[24,25]</sup>

**Aprender los nombres de las figuras geométricas puede tener un papel muy importante en la capacidad de los niños pequeños de reconocer e combinar una mayor variedad de figuras.**

Sin embargo, a los ocho meses de edad, los bebés son más conscientes de sus entornos y comienzan a utilizar puntos de referencias importantes en ellos (por ejemplo, la ubicación de una lámpara o una pintura en una sala) para orientarse. Los investigadores han descubierto que cuando probaron una versión del juego del cucú con los bebés que tenía puntos de referencia (por ejemplo, linternas colgando al lado de la ventana donde aparecía la persona), los bebés de ocho meses (pero no los bebés de seis meses) miraban hacia la ventana correcta luego de ser trasladados a la nueva ubicación invertida.<sup>[26]</sup>



## Razonamiento sobre las figuras geométricas y el espacio durante la niñez

A medida que se desarrollan rápidamente las habilidades lingüísticas de los niños pequeños, también lo hace su lenguaje para describir las figuras geométricas y el espacio. Este desarrollo no solo permite que los niños pequeños hablen sobre el mundo utilizando lenguaje relacionado a las figuras y el espacio, sino que también los ayuda a desarrollar mejores habilidades de razonamiento espacial.

### Aprender a identificar figuras geométricas

Los niños de dos años son capaces de reconocer y nombrar algunas figuras geométricas básicas, como los círculos, los cuadrados y ocasionalmente los triángulos.<sup>[27]</sup> Sin embargo, a esta edad, la capacidad de los niños pequeños de reconocer figuras depende mucho de cuán similar sean esas figuras a la versión típica de esa figura. Es por esto que resulta más fácil para los niños pequeños reconocer los círculos y les cuesta más reconocer los triángulos. Aunque los círculos pueden variar en tamaño, lucen iguales, aun cuando se rotan. Sin embargo, otras figuras, como los triángulos, tienen muchas más variaciones. Aparte de variar su tamaño y orientación, los triángulos también pueden tener diferentes ángulos y longitudes de sus lados. Por lo tanto, los niños pequeños generalmente reconocen únicamente los triángulos equiláteros (es decir, el “triángulo típico”) y no pueden reconocer otros tipos de triángulos menos típicos (por ejemplo, el triángulo isósceles o el triángulo rectángulo).

La categorización de figuras de los niños está basada, en gran parte, en las características perceptuales generales de la figura



WestEd



AIMS center



(por ejemplo, si es redonda o puntiaguda, si la punta está en la parte superior o en la inferior), en lugar de en los atributos más específicos de la figura (por ejemplo, el número y la longitud de los lados, los ángulos). Así, los niños pequeños con frecuencia cometen errores al nombrar las figuras. Por ejemplo, los niños pequeños generalmente dicen que los óvalos son círculos y que los rectángulos son cuadrados.<sup>[20]</sup> Aun así, la investigación sugiere que aprender los nombres de las figuras geométricas puede tener un papel muy importante en la capacidad de los niños pequeños de reconocer e combinar una mayor variedad de figuras.<sup>[28]</sup> Un estudio demostró que entre los 25 y los 30 meses, los niños pequeños adquieren rápidamente los nombres de nuevas figuras, lo que les permite reconocer una mayor variedad de figuras a los 30 meses que a los 25 meses. Además, los niños de 30 meses podían reconocer versiones menos típicas de las figuras (por ejemplo, triángulos que no son equiláteros).

## El desarrollo motor apoya el pensamiento espacial

A medida que se desarrollan sus habilidades motoras, los niños pequeños atraviesan un gran desarrollo en sus habilidades de navegación espacial y de rotación mental, específicamente entre los 15 y los 30 meses.<sup>[29]</sup> Mientras aprenden a caminar y obtienen experiencia en ver el entorno desde diferentes perspectivas, los niños pequeños comienzan a notar y utilizar los puntos de referencia como forma de navegar en el espacio.<sup>[30]</sup> Mientras que los bebés y los niños más pequeños notan cuando algo ha sido rotado,<sup>[31]</sup> los niños pequeños mayores comienzan a desarrollar la capacidad de rotar mentalmente un objeto para alcanzar un objetivo, como colocar el objeto dentro de un agujero. Por ejemplo, los bebés de 22 meses pueden rotar un bloque en la orientación correcta para colocarlo en el agujero correcto en una caja de figuras geométricas.<sup>[32]</sup>

### El vocabulario espacial

El vocabulario espacial se refiere a palabras que describen la posición, la ubicación o el movimiento de los objetos o las personas. El vocabulario espacial puede ser agrupado en tres categorías amplias de palabras:

1. Posición o ubicación: en, dentro de, sobre, debajo, detrás, cerca, entre
2. Dirección: hacia arriba, hacia abajo, a la derecha, a través de, boca abajo
3. Distancia: cerca, lejos, largo, más lejos, a un lado

Proporcionar un entorno rico en vocabulario espacial, en las lenguas maternas de los niños o en inglés, puede dirigir la atención de los niños a la ubicación, la posición y la dirección de los objetos en el espacio. Esta práctica es particularmente importante, ya que el uso del vocabulario espacial de los adultos y los niños durante los primeros años de vida predice las habilidades de resolución de problemas espaciales de los niños en el futuro.<sup>[33]</sup>



### Aprender el vocabulario espacial

Los niños pequeños desarrollan el vocabulario para describir posiciones, ubicaciones, direcciones o distancias espaciales (ver el recuadro anterior sobre lenguaje espacial).<sup>[33,34]</sup> Por ejemplo, quizás expliquen que el balón está “debajo” de la mesa o pidan deslizarse “hacia abajo” en la resbaladilla. Los investigadores han planteado la hipótesis de que el vocabulario espacial ayuda a los niños pequeños a pensar en el mundo de manera espacial y a desarrollar mejores habilidades de razonamiento espacial. Por ejemplo, los niños pequeños de entre 16 y 24 meses cuyos vocabularios incluyen palabras como “arriba”, “aquí” y “afuera”, tuvieron mayor facilidad para descubrir la ubicación de un juguete escondido que los niños que no poseían este vocabulario.<sup>[34]</sup>

En otro estudio, los niños de entre 14 y 46 meses que utilizaban espontáneamente un vocabulario espacial mayor (por ejemplo, largo, triángulo, final), luego fueron más hábiles para resolver problemas espaciales no verbales a los 54 meses.<sup>[33]</sup> Por ejemplo, los niños que utilizaban más palabras espaciales tenían mayores habilidades para identificar la figura que resultaría al rotar y combinar dos figuras geométricas más pequeñas. También tenían mayores habilidades para realizar una tarea de analogía espacial en la que elegían una imagen que mostraba la misma relación espacial que una imagen meta (por ejemplo, comparar una imagen de un pájaro volando sobre un árbol con una imagen



WestEd



AIMS center



## Implicaciones prácticas para adultos que trabajan con bebés y niños pequeños

El creciente conocimiento de los bebés y niños pequeños de las habilidades de razonamiento espacial y de las figuras geométricas puede ser apoyado utilizando palabras espaciales y nombres de figuras durante las rutinas diarias y el juego. Esta práctica ayudará a los niños a darse cuenta de que las figuras están en todos lados y los ayudará a adquirir conceptos y habilidades espaciales importantes para su aprendizaje matemático futuro.

### Estrategias basadas en la investigación

- Colocar objetos interesantes en el campo visual del niño, junto a su cabeza o desde arriba (como móviles) para permitir que el niño registre el movimiento e intente alcanzar los objetos.
- Proporcionar móviles u otros objetos para los bebés, que cuelguen desde el techo para que sigan su movimiento con sus ojos o intenten alcanzarlos y se muevan. Esta práctica les ayudará a aprender cómo los objetos se mueven en el espacio.
- Crear muchas experiencias para que los bebés y niños pequeños manipulen físicamente los objetos. Esta exploración les ayudará a aprender sobre las características de los objetos y cómo los objetos de diferentes tamaños y formas encajan en el espacio. Al manipular objetos, los niños también exploran cómo la rotación transforma los objetos.<sup>[31]</sup>
- Destacar el lenguaje espacial (por ejemplo, sobre, dentro de, debajo, en, arriba, hacia arriba, hacia abajo, entre) durante las rutinas diarias. Por ejemplo: "Estoy poniendo un nuevo pañal en tu cuerpo", "Subamos encima del escalón para lavar nuestras manos", o "Estoy sacando la leche de la caja y la coloco dentro de tu taza".
- Apoyar el uso del lenguaje espacial en la lengua materna de los niños o en inglés, para promover su razonamiento espacial y desarrollo lingüístico.<sup>[33]</sup> Una vez que los niños aprenden un concepto específico, este conocimiento se transfiere a todos los idiomas. Por ejemplo, un niño pequeño puede aprender el concepto de "debajo" gracias a sus interacciones en español en su hogar y puede transferir este conocimiento cuando aprende la palabra "under" en inglés.
- Brindar oportunidades para que los niños separen figuras por categoría (por ejemplo, poner todos los círculos en una canasta y todos los cuadrados en otra). Utilizar el lenguaje que describa figuras (en la lengua materna del niño o en inglés) para explicar por qué ciertas figuras corresponden a ciertas categorías (por ejemplo: "Esta figura es redonda y esta figura también es redonda. Ambas son círculos.").
- Alentar a los niños a jugar con bloques de diferentes tamaños y formas desde una edad temprana. Permitir que los niños practiquen apilar bloques para que puedan desarrollar habilidades espaciales básicas.
- Jugar juegos de unir figuras. Brindar a los niños figuras como círculos y cuadrados de diversos colores y pedirles que encuentren una figura que se corresponda. A medida que los niños adquieren más confianza con esta tarea, brindarles formas que sean de diferentes tamaños y colores.
- Crear un camino de obstáculos para que los niños exploren diferentes tipos de equipamiento motor grueso, como túneles o rampas. Esta exploración les dará a los niños la oportunidad de ver el mundo desde diferentes perspectivas y de aprender cómo su cuerpo cabe y se mueve en el espacio.

de un punto sobre un círculo, y reconociendo que la relación espacial entre el pájaro y el árbol es la misma que la del punto y el círculo).

## El razonamiento sobre las figuras geométricas y el espacio durante los años de preescolar

Durante los años de preescolar, los niños atraviesan mejoras importantes en sus habilidades geométricas. Los niños en edad preescolar no solo son capaces de reconocer una gran variedad de figuras geométricas, sino que también comienzan a prestar atención a los atributos de las figuras cuando las identifican.

Al mismo tiempo, logran grandes mejorías en sus habilidades de rotación mental y aprenden a utilizar estas habilidades para alcanzar un objetivo, como hacer entrar un bloque dentro de una torre que están construyendo.

### Aprender sobre los atributos de las figuras geométricas

Cuando los niños ingresan al preescolar, comienzan a reconocer y nombrar una más amplia variedad de figuras geométricas, incluidos los rectángulos y triángulos menos típicos, cada vez con mayor precisión. Cuando les presentan un grupo de figuras típicas y menos típicas, como las que se muestran en la Figura 1, el 92 por ciento de los niños de cuatro años



WestEd



AIMS center



identificó correctamente los círculos y el 82 por ciento identificó correctamente los cuadrados. Aunque los niños en edad preescolar son capaces de reconocer una mayor variedad de triángulos, incluidos los triángulos menos típicos (por ejemplo, los triángulos isósceles), solo el 60 por ciento identificó correctamente todos los triángulos.<sup>[35]</sup>

	Figuras típicas	Figuras menos típicas	Figuras no válidas
Círculo			
Cuadrado			
Triángulo		 Isósceles  Rectángulo  Escaleno	

Figura 1, adaptada de Satlow & Newcombe (1998)<sup>[36]</sup>

Al igual que los niños pequeños, los niños en edad preescolar basan sus decisiones en las características perceptuales generales de una figura.<sup>[20,35]</sup> Por ejemplo, podrían creer que una punta en la parte superior es una característica típica de un triángulo. Utilizando esta característica perceptual, los niños en edad preescolar rechazan los triángulos menos típicos mostrados en la Figura 1, ya que ninguno de ellos tiene una punta en la parte superior, pero aceptan los triángulos no válidos, porque sí tienen la punta en la parte superior. Los niños en edad preescolar aún están desarrollando su comprensión de qué significan realmente los atributos, como las puntas o los lados.<sup>[35]</sup>

Además, los niños se enfocan en un atributo importante de una figura, pero no en otros. Por ejemplo, un niño en edad preescolar quizás sabe que los rectángulos tienen cuatro lados, pero no tienen en cuenta que todos los ángulos de un rectángulo miden 90 grados. Por consiguiente, los niños en edad preescolar pueden identificar los rombos como rectángulos, ya que cumplen algunos, pero no todos, los atributos requeridos.<sup>[35]</sup> No es hasta en los primeros años de la escuela primaria que los niños cambiarán su proceso de toma de decisiones para priorizar los atributos definitorios de las figuras sobre las características perceptuales.<sup>[36]</sup>

Al jugar con bloques, los niños en edad preescolar también comienzan a generar figuras de otras figuras. Por ejemplo, los niños en edad preescolar apilan bloques de diferentes formas para construir casas, torres o arcos, a veces incluso con muchos niveles.

Sin embargo, esto aún implica un proceso de prueba y error. A diferencia de los niños mayores, que pueden anticipar qué figuras generarán al combinar varios bloques juntos (por ejemplo, cuatro bloques conectados por sus ángulos rectos producirán un cercado), los niños en edad preescolar dependen de la prueba y error de muchas configuraciones diferentes con los bloques antes de encontrar una construcción que funcione.<sup>[20]</sup>

## Desarrollar habilidades de rotación mental

Durante los años de preescolar, el razonamiento espacial de los niños continúa mejorando y tienen más capacidades para rotar objetos mentalmente que cuando eran niños pequeños.<sup>[37,38]</sup> Por ejemplo, si les muestran una imagen de un elefante que está levemente rotado y no está en una forma habitual de estar de pie, la mayoría de los niños de cuatro años sabrán en qué dirección (hacia la izquierda o la derecha) estaría mirando el elefante si lo rotaran y quedara de pie. Esta tarea se vuelve más difícil para los niños en edad preescolar al aumentar el ángulo de la rotación (por ejemplo, si un elefante fuera rotado hacia arriba, con sus patas en el aire).

Además, rotar objetos tridimensionales es más desafiante que rotar objetos de dos dimensiones.<sup>[39, 40]</sup> Sin embargo, la habilidad de los niños para rotar objetos de dos dimensiones puede mejorar con entrenamiento que suponga rotar objetos o hacer gestos sobre la rotación de objetos.<sup>[37,38]</sup> Entre los tres y los cinco años, los niños adquieren mucha más eficacia para rotar objetos mentalmente para lograr un objetivo, como colocar una pieza de un rompecabezas en un espacio libre sin tener que depender del proceso físico de prueba y error.<sup>[41]</sup>



Durante este período, los niños también pueden razonar por analogía sobre las relaciones espaciales. Por ejemplo, muchos niños en edad preescolar pueden resolver la siguiente analogía espacial tan bien como los adultos, demostrando que son capaces de razonar sobre las relaciones entre las partes del cuerpo humano y mapear esas relaciones con una imagen completamente diferente: “Si esta montaña tuviera una rodilla, ¿dónde estaría?”<sup>[41]</sup> Además, la comprensión de los niños del vocabulario espacial continúa desarrollándose durante los años de preescolar, lo que los ayuda a resolver problemas espaciales. Por

## Implicaciones prácticas para adultos que trabajan con niños en edad preescolar

Para apoyar las habilidades de razonamiento espacial de los niños en edad preescolar y su conocimiento de las figuras geométricas, se puede proporcionar diversas experiencias de exploración y manipulación física de una variedad de figuras de dos y tres dimensiones. Tales experiencias pueden ayudar a los niños a desarrollar su vocabulario espacial y sobre las figuras, y también su comprensión de las relaciones espaciales y de los diversos atributos de las figuras.

### Estrategias basadas en la investigación

- En las rutinas e interacciones diarias, invitar a los niños a identificar círculos, cuadrados, rectángulos y triángulos en su entorno, en el idioma en el que se sientan cómodos. Por ejemplo, invitar a los niños a identificar las formas del entorno con el juego “Veo, veo”.
- Proporcionar diversos ejemplos de cada categoría de figuras. Por ejemplo, al hablar sobre los triángulos, incluir triángulos típicos y menos típicos, como los equiláteros, isósceles, rectángulos y escalenos.<sup>[20]</sup>
- Invitar a los niños a unir, clasificar y categorizar las figuras. Cuando los niños identifican diversas figuras, hablar sobre los atributos relevantes a cada una de ellas (por ejemplo, el número de lados, los ángulos). Por ejemplo, pedir a los niños que identifiquen cuántos lados y cuántas esquinas hay en un rectángulo.
- Jugar con rompecabezas.<sup>[44]</sup> El juego con rompecabezas permite que los niños practiquen rotar mental y físicamente las piezas para encontrar la ubicación correcta y visualizar cómo las piezas encajan entre sí. Este tipo de juego también es una gran oportunidad para que los niños y los adultos practiquen utilizar el lenguaje espacial al hablar sobre la posición y la dirección de las diferentes piezas del rompecabezas (por ejemplo: “Esta pieza de la esquina va en la parte superior” o “Creo que esta pieza está al revés”).
- Proporcionar a los niños oportunidades para explorar y representar figuras de diversas maneras. Por ejemplo, esconder una figura en una bolsa y pedir a los niños que sientan la figura, que describan lo que sienten (ej.: “Es puntiaguda”) y la identifiquen. Invitar a los niños a crear figuras utilizando diferentes materiales (ej.: plastilina, limpiapiipas, pajillas).
- Alentar a los niños a jugar con bloques. El juego con bloques permite que los niños practiquen la manipulación mental de los objetos y que predigan los efectos de las transformaciones (rotación, voltear o deslizar) sobre las figuras. A medida que los niños obtienen más confianza para construir estructuras simples, alentarlos a crear estructuras más complejas utilizando diversas figuras. Se ha demostrado que el juego con bloques mejora las habilidades espaciales de los niños durante el kindergarten y en los años subsiguientes.<sup>[6,45]</sup>
- Utilizar gestos al explicar los movimientos o las transformaciones espaciales y alentar a los niños a hacer lo mismo. Esta práctica puede ser especialmente beneficiosa para que los niños que aprenden dos idiomas desarrollen una comprensión de los conceptos espaciales y las palabras en inglés para describirlos. Por ejemplo, al explicar cómo debe ser rotado un bloque para que encaje en una torre de bloques, utilizar gestos y también lenguaje espacial para demostrar la rotación. Los niños deberán utilizar la rotación mental y la visualización para imaginar cómo deben rotar el bloque.<sup>[38,46]</sup>

ejemplo, un estudio descubrió que los niños en edad preescolar que conocen las palabras “medio” y “entre” fueron más capaces de encontrar un objeto escondido en el punto medio entre dos puntos de referencia que los niños que no conocían esas palabras.<sup>[43]</sup>

### Navegación y orientación

A medida que las habilidades motoras de los niños continúan perfeccionándose y a medida que se sienten más cómodos para interactuar con el entorno, desarrollan la capacidad de combinar sus diferentes perspectivas del espacio en un mapa mental coherente.<sup>[30]</sup> Por ejemplo, pueden imaginar cómo luce la habitación desde la perspectiva de alguien que ingresa por la puerta o de alguien que está parado afuera mirando por la ventana hacia adentro. Pueden utilizar diferentes puntos de referencia para encontrar un objeto (por ejemplo: “Mi juguete

estaba debajo de la ventana, al lado del balón”) y comienzan a pensar en la distancia (por ejemplo: “Mi juguete está cerca de la mesa pero lejos de la lámpara”).<sup>[30,34]</sup>

## Conceptos más avanzados sobre las figuras geométricas y habilidades de pensamiento espacial durante los primeros años de la escuela primaria

Durante los primeros años de la escuela primaria, los niños comienzan a comprender la importancia de los atributos de las figuras geométricas para identificarlas y clasificarlas.



WestEd



AIMS center





Comienzan a utilizar atributos, como el número o la longitud de los lados para reconocer figuras más complicadas de dos y tres dimensiones. Al mismo tiempo, a esta edad, los niños son capaces de utilizar sus habilidades de rotación mental para rotar figuras más complicadas y utilizar estas habilidades recién desarrolladas durante el juego, por ejemplo, al construir con bloques o resolver rompecabezas.

## Composición y descomposición de figuras geométricas

Para el momento en que ingresan en el kindergarten, los niños son capaces de reconocer figuras geométricas más complicadas, como hexágonos, rombos y trapecoides.<sup>[20]</sup> También aprenden a identificar algunas figuras tridimensionales, como cubos, conos, cilindros y esferas y pueden comenzar a comparar y contrastar figuras de dos y tres dimensiones. Durante este período, también es más probable que los niños noten los atributos que definen a las figuras al identificarlas y clasificarlas. Los niños ahora comprenden que un objeto solo puede ser clasificado como una determinada figura si tiene todos los atributos que la definen. Por ejemplo, un rectángulo no solo tiene cuatro lados, sino que también tiene cuatro ángulos rectos. Ahora que los niños están prestando más atención a los atributos de los objetos, también aprenden sobre los ángulos. Durante los primeros años de la escuela primaria, los niños pueden reconocer los ángulos rectos y comprender que los ángulos son partes fundamentales de las figuras.<sup>[20]</sup>

Los niños también dominan mejor la composición y descomposición de diversas figuras. Los niños de la escuela primaria pueden crear imágenes de figuras de dos dimensiones. Al mismo tiempo, los niños comienzan a descomponer las figuras en figuras más pequeñas (un hexágono para formar

seis triángulos) y comienzan a encontrar “figuras escondidas” dentro de un diagrama o imagen compleja. Utilizando figuras tridimensionales, como los bloques, los niños son capaces de crear estructuras complejas, como torres, arcos o puentes, o construir edificios de varios niveles y techos.<sup>[20]</sup>

## Las capacidades de rotación mental predicen capacidades matemáticas futuras

Durante el kindergarten y los primeros años de la escuela primaria, los niños continúan desarrollando su capacidad de pensamiento espacial. Por ejemplo, tienen la capacidad de resolver problemas de rotación mental más desafiantes, incluidos los que incluyen elementos abstractos (ej.: Rotar letras mentalmente) y la rotación de objetos tridimensionales (ej.: Un cubo).<sup>[47]</sup> La investigación sugiere que las habilidades de rotación mental predicen un rendimiento futuro de las capacidades aritméticas. Por ejemplo, un estudio halló que las habilidades de rotación mental de los niños durante el kindergarten predice cuán bien podrán resolver problemas aritméticos en el segundo grado.<sup>[10]</sup>

Aunque los investigadores todavía están intentando comprender por qué las habilidades espaciales tempranas de los niños predicen sus habilidades aritméticas futuras, una hipótesis es que las habilidades espaciales tempranas ayudan a los niños a pensar sobre los números de una manera más visual, como una línea numérica con números pequeños a la izquierda y números grandes a la derecha. Pensar en los números de esta manera visual es importante porque ayuda a los niños a pensar en las relaciones entre los números y cuán grandes o pequeños son (por ejemplo, el cuatro está a la izquierda del cinco, lo que significa que cuatro es menor a cinco). Esta habilidad es importante al resolver problemas aritméticos.<sup>[48–51]</sup>

### Implicaciones prácticas para adultos que trabajan con niños en los primeros años de la escuela primaria

La comprensión cada vez mayor que tienen los niños de las figuras geométricas y el espacio permite que realicen actividades más avanzadas de resolución de problemas relacionados al espacio y las figuras. El desarrollo de las habilidades espaciales es importante para su desarrollo matemático futuro.<sup>[4,5,52]</sup>

#### Estrategias basadas en la investigación

- Continuar proporcionando muchas oportunidades para construir con bloques, incluyendo juegos estructurados y desestructurados con bloques. Para los juegos estructurados con bloques, dar a los niños un problema específico para que construyan (por ejemplo, un cerramiento con cuatro paredes y un techo) para que puedan trabajar en su resolución de problemas espaciales.<sup>[52]</sup> A esta edad, los niños son capaces de participar en el juego con bloques de manera más independiente y construir estructuras cada vez más complejas.
- Alentar a los niños a jugar con rompecabezas. Utilizar lenguaje espacial para describir dónde puede ir una pieza de rompecabezas (por ejemplo: arriba, a la izquierda, a la derecha, al costado) en inglés o en la lengua materna del niño.<sup>[44]</sup>



- Utilizar gestos para describir y señalar los diversos atributos de las figuras (por ejemplo, los lados y las esquinas) y las relaciones entre los atributos (por ejemplo, si dos lados son paralelos o perpendiculares). Este apoyo ayuda a los niños que aprenden dos idiomas a aprender sobre los atributos y también las palabras en inglés asociadas a ellos.
- Desafiar a los niños a construir imágenes de diversas figuras (por ejemplo, bloques). Por ejemplo, pedirles que creen una flor utilizando solo dos tipos de figuras.
- Invitar a los niños a superponer tangramas sobre imágenes en las que se hayan ilustrado figuras del tangram (por ejemplo, un árbol de Navidad hecho de tres triángulos y un rectángulo). Alentar a los niños a girar o rotar las piezas del tangram hasta que encajen.
- Utilizar el lenguaje espacial durante las actividades e interacciones diarias, especialmente durante esos momentos que requieren la resolución de problemas espaciales. Por ejemplo, si a los niños les cuesta ajustar todas las letras de una palabra en una página mientras escriben, se puede hablar sobre cuánto espacio (por ejemplo, pequeño o grande) deben dejar para que todas las letras puedan caber. O hablar sobre cómo los niños pueden girar los objetos o cambiar su orientación (por ejemplo, sobre, a la izquierda, darlo vuelta) para que entren mejor en sus escritorios.

## Conclusión

Desde el momento en que nacen, los bebés siguen los objetos de su alrededor y desarrollan la comprensión de los principios que guían el movimiento de sus propios cuerpos y de los objetos en el espacio. A través del aumento en exploración y la experimentación física, los bebés y niños pequeños aprenden a rotar mentalmente las figuras geométricas y a imaginar cómo podrían lucir desde diferentes perspectivas. A medida que los niños pequeños aprenden a gatear y caminar, atraviesan grandes desarrollos en sus habilidades de orientación y comienzan a utilizar puntos de referencia como forma de orientarse en el espacio. De manera simultánea, los niños pequeños adquieren rápidamente más vocabulario relacionado al espacio y las figuras geométricas, lo que les ayuda a desarrollar mejores habilidades de geometría y razonamiento espacial. Destacar el vocabulario espacial en la lengua materna de los niños o en inglés durante las actividades y rutinas diarias es, por lo tanto, muy importante.

A medida que los niños ingresan al preescolar, comienzan a componer y descomponer figuras utilizando materiales como bloques o tangramas. Sin embargo, no es hasta los primeros años de la escuela primaria que los niños comprenden la importancia de los atributos de las figuras geométricas (por ejemplo, las longitudes de los lados o los tipos de ángulos) para clasificarlas. Mediante el juego con bloques y rompecabezas, los niños de edad preescolar y de los primeros años de la escuela primaria continúan desarrollando sus habilidades de rotación mental para lograr resolver problemas más complejos, incluida la rotación de objetos tridimensionales. Proporcionar a los niños diversas oportunidades de explorar físicamente los objetos de su entorno es clave para el desarrollo de sus habilidades geométricas, que son las bases para el aprendizaje matemático futuro.<sup>[4-6]</sup>



# Apéndice A: Los fundamentos del aprendizaje temprano y estándares de California en la geometría

## Fundamentos del aprendizaje y el desarrollo infantil de California

**Fundamento:** Las relaciones espaciales

El creciente desarrollo de la comprensión de cómo los objetos se desplazan y encajan en el espacio

8 meses	18 meses	36 meses
Alrededor de los ocho meses, los niños mueven sus cuerpos, exploran el tamaño y la forma de los objetos y observan a las personas y a los objetos conforme se desplazan en el espacio.	Alrededor de los 18 meses, los niños utilizan la prueba y el error para descubrir cómo los objetos encajan en el espacio. (12 a 18 meses; Parks 2004, 81) <sup>[53]</sup>	Alrededor de los 36 meses, los niños pueden predecir cómo encajan y se mueven las cosas en el espacio sin tener que probar cada posible solución, además de demostrar que entienden las palabras que se usan para describir el tamaño y el lugar en el espacio.

Fuente: Fundamentos del aprendizaje y el desarrollo infantil de California<sup>[54]</sup>

## Fundamentos del aprendizaje preescolar de California: Fundamentos en las matemáticas

**Geometría:** Subárea 1.0 y 2.0

	Aproximadamente a los 48 meses de edad	Aproximadamente a los 60 meses de edad
Geometría	<p><b>1.0 Los niños comienzan a identificar y usar formas comunes en su entorno diario.</b></p> <p>1.1 Identifican formas simples, de dos dimensiones, como un círculo y un cuadrado.</p> <p>1.2 Usa formas individuales para representar diferentes elementos de una imagen o un diseño.</p>	<p><b>1.0 Los niños identifican y usan una variedad de formas en su entorno diario.</b></p> <p>1.1 Identifican, describen y construyen una variedad de diferentes formas, incluyendo variaciones de un círculo, triángulo, rectángulo y otras formas.</p> <p>1.2 Combina diferente formas para crear una imagen o un diseño.</p>
Geometría	<p><b>2.0 Los niños comienzan a comprender las posiciones en el espacio.</b></p> <p>2.1 Identifican posiciones de objetos y personas en el espacio, como en/sobre/debajo de, arriba/abajo y adentro/afuera.</p>	<p><b>2.0 Los niños expanden su comprensión de las posiciones en el espacio.</b></p> <p>2.1 Identifican posiciones de objetos y personas en el espacio, incluso en/sobre/ debajo de, arriba/abajo, adentro/afuera, al lado de/entre, y en frente de/detrás.</p>

Fuente: Fundamentos del aprendizaje preescolar de California: Fundamentos en las matemáticas<sup>[55]</sup>

# Estándares estatales comunes de matemáticas para el estado de California: Kindergarten–grado 2

## Dominio: Geometría

Kindergarten		Grado 1	Grado 2
Geometría	K.G	1.G	2.G
	<p>Identifican y describen las figuras geométricas (cuadrados, rectángulos, círculos, triángulos, hexágonos, cubos, conos, cilindros, y esferas).</p> <p>1. Describen objetos en su entorno utilizando los nombres de las figuras geométricas, y describen las posiciones relativas de estos objetos utilizando términos como encima de, debajo de, junto a, en frente de, detrás de y al lado de.</p> <p>2. Nombran correctamente las figuras geométricas sin importar su orientación o su tamaño.</p> <p>3. Identifican las figuras geométricas como bi-dimensionales (ubicadas en un plano, "planas") o tri-dimensionales ("sólidas").</p> <p>Analizan, comparan, crean, y componen figuras geométricas.</p> <p>4. Analizan y comparan figuras geométricas bi- y tri-dimensionales, de diferentes tamaños y orientaciones utilizando lenguaje informal para describir sus semejanzas, diferencias, partes (por ejemplo, número de lados y vértices/"esquinas"), y otros atributos (por ejemplo, que tengan lados de igual longitud).</p> <p>5. Realizan modelos con figuras geométricas que existen en el mundo a través de la construcción de figuras con diferentes materiales (por ejemplo, palitos y bolas de arcilla o plastilina) y dibujan figuras geométricas.</p> <p>6. Componen figuras geométricas sencillas para formar figuras geométricas más grandes. Por ejemplo, "¿Puedes unir estos dos triángulos de modo que sus lados se toquen y formen un rectángulo?"</p>	<p>Razonan usando las figuras geométricas y sus atributos.</p> <p>1. Distinguen entre los atributos que definen las figuras geométricas (por ejemplo, los triángulos son cerrados con tres lados) y los atributos que no las definen (por ejemplo, color, orientación, o tamaño general); construyen y dibujan figuras geométricas que tienen atributos definidos.</p> <p>2. Componen figuras de dos dimensiones (rectángulos, cuadrados, trapezoides, triángulos, semicírculos y cuartos de círculos) o figuras geométricas de tres dimensiones (cubos, prismas rectos rectangulares, conos circulares rectos, y cilindros circulares rectos) para crear formas compuestas, y componer figuras nuevas de las compuestas.<sup>1</sup></p> <p>3. Parten círculos y rectángulos en dos y cuatro partes iguales, describen las partes utilizando las palabras <i>mitades</i>, <i>cuartos</i>, y <i>cuartas partes</i>, y usan las frases: <i>la mitad de</i>, <i>cuarto de</i> y <i>una cuarta parte de</i>. Describen un entero como un compuesto de dos o cuatro partes. Comprenden con estos ejemplos que la descomposición en varias partes iguales generan partes de menor tamaño.</p> <p><b>Nota:</b></p> <p><sup>1</sup>No hay necesidad de que los estudiantes aprendan los nombres formales tales como "prisma rectangular recto".</p>	<p>Razonan usando figuras geométricas y sus atributos.</p> <p>1. Reconocen y dibujan figuras que tengan atributos específicos, tales como un número dado de ángulos o un número dados de lados iguales. Identifican triángulos, cuadriláteros, pentágonos, hexágonos, y cubos.</p> <p>2. Dividen un rectángulo en hileras y columnas de cuadrados del mismo tamaño y cuentan para encontrar el número total de los mismos.</p> <p>3. Dividen círculos y rectángulos en dos, tres, o cuatro partes iguales, describen las partes usando las palabras medios, tercios, la mitad de, la tercera parte de, etc., y describen un entero como dos medios, tres tercios, cuatro cuartos. Reconocen que las partes iguales de enteros idénticos no necesariamente tienen que tener la misma forma.</p>

Fuente: Estándares estatales comunes de matemáticas para el estado de California<sup>[56]</sup>



WestEd



AIMS center



## Referencias

- <sup>1</sup> Dayton, G. O., & Jones, M. H. (1964). Analysis of characteristics of fixation reflex in infants by use of direct current electro-oculography. *Neurology* 14, 1152–1156.
- <sup>2</sup> Rosander, K., & von Hofsten, C. (2002). Development of gaze tracking of small and large objects. *Experimental Brain Research* 146(2), 257–264.
- <sup>3</sup> von Hofsten, C. (2005). Action as an organizer of learning and development. In J. J. Rieser, J. J. Lockman & C. A. Nelson, *Minnesota Symposia on Child Psychology* (Vol. 33; pp. 51–89). London, UK: Routledge.
- <sup>4</sup> Casey, B. M., Nuttall, R., Pezaris, E., & Benbow, C. P. (1995). The influence of spatial ability on gender differences in mathematics college entrance test scores across diverse samples. *Developmental Psychology* 31(4), 697–697.
- <sup>5</sup> Ganley, C. M., Vasilyeva, M., & Dulaney, A. (2014). Spatial ability mediates the gender difference in middle school students' science performance. *Child Development* 85(4), 1419–1432.
- <sup>6</sup> Verdine, B. N., Golinkoff, R. M., Hirsh-Pasek, K., & Newcombe, N. S. (2017). Discussion and implications: How early spatial skills predict later spatial and mathematical skills. *Monographs of the Society for Research in Child Development* 82(1), 89–109.
- <sup>7</sup> Uttal, D. H., Meadow, N. G., Tipton, E., Hand, L. L., Alden, A. R., Warren, C., & Newcombe, N. S. (2013). The malleability of spatial skills: A meta-analysis of training studies. *Psychological Bulletin* 139(2), 352–402.
- <sup>8</sup> Wright, R., Thompson, W. L., Ganis, G., Newcombe, N. S., & Kosslyn, S. M. (2008). Training generalized spatial skills. *Psychonomic Bulletin & Review* 15(4), 763–771.
- <sup>9</sup> Cheung, C.-N., Sung, J. Y., & Lourenco, S. F. (2019). Does training mental rotation transfer to gains in mathematical competence? Assessment of an at-home visuospatial intervention. *Psychological Research*.
- <sup>10</sup> Gunderson, E. A., Ramirez, G., Beilock, S. L., & Levine, S. C. (2012). The relation between spatial skill and early number knowledge: The role of the linear number line. *Developmental Psychology* 48(5), 1229–1241.
- <sup>11</sup> Spelke, E. S. (2000). Core knowledge. *American Psychologist* 55(11), 1233–1243.
- <sup>12</sup> Spelke, E. S., Katz, G., Purcell, S. E., Ehrlich, S. M., & Breinlinger, K. (1994). Early knowledge of object motion: Continuity and inertia. *Cognition* 51(2), 131–176.
- <sup>13</sup> Spelke, E. S., & Kinzler, K. D. (2007). Core knowledge. *Developmental Science* 10(1), 89–96.
- <sup>14</sup> Aguiar, A., & Baillargeon, R. (1999). 2.5-month-old infants' reasoning about when objects should and should not be occluded. *Cognitive Psychology* 39(2), 116–157.
- <sup>15</sup> Baillargeon, R., Spelke, E. S., & Wasserman, S. (1985). Object permanence in five-month-old infants. *Cognition* 20(3), 191–208.
- <sup>16</sup> Wang, S., Baillargeon, R., & Brueckner, L. (2004). Young infants' reasoning about hidden objects: Evidence from violation-of-expectation tasks with test trials only. *Cognition* 93(3), 167–198.
- <sup>17</sup> Clifton, R. K., Rochat, P., Litovsky, R. Y., & Perris, E. E. (1991). Object representation guides infants' reaching in the dark. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance* 17(2), 323–329.
- <sup>18</sup> Jowkar-Baniani, G., Paolozza, A., Greene, A., Cheng, C. K., & Schmuckler, M. A. (2017). Infants' perceptions of constraints on object motion as a function of object shape. *Cognition* 165, 126–136.
- <sup>19</sup> Quinn, P. C., Slater, A. M., Brown, E., & Hayes, R. A. (2001). Developmental change in form categorization in early infancy. *British Journal of Developmental Psychology* 19(2), 207–218.
- <sup>20</sup> Clements, D. H., & Sarama, J. (2009). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach*. New York, NY: Routledge.
- <sup>21</sup> Frick, A., & Möhring, W. (2013). Mental object rotation and motor development in 8- and 10-month-old infants. *Journal of Experimental Child Psychology* 115(4), 708–720.
- <sup>22</sup> Möhring, W., & Frick, A. (2013). Touching up mental rotation: Effects of manual experience on 6-month-old infants' mental object rotation. *Child Development* 84(5), 1554–1565.
- <sup>23</sup> Newcombe, N. S., & Huttenlocher, J. (2000). *Making space: The development of spatial representation and reasoning*. Cambridge, MA: The MIT Press.
- <sup>24</sup> Acredolo, L. P. (1978). Development of spatial orientation in infancy. *Developmental Psychology* 14(3), 224–234.
- <sup>25</sup> Acredolo, L. P., Adams, A., & Goodwyn, S. W. (1984). The role of self-produced movement and visual tracking in infant spatial orientation. *Journal of Experimental Child Psychology* 38(2), 312–327.
- <sup>26</sup> Lew, A. R., Bremner, J. G., & Lefkovich, L. P. (2000). The development of relational landmark use in six- to twelve-month-old infants in a spatial orientation task. *Child Development* 71(5), 1179–1190.
- <sup>27</sup> Zambrzycka, J., Kotsopoulos, D., Lee, J., & Makosz, S. (2017). In any way, shape, or form? Toddlers' understanding of shapes. *Infant Behavior and Development* 46, 144–157.
- <sup>28</sup> Verdine, B. N., Lucca, K. R., Golinkoff, R. M., Hirsh-Pasek, K., & Newcombe, N. S. (2016). The shape of things: The origin of young children's knowledge of the names and properties of geometric forms. *Journal of Cognitive Development* 17(1), 142–161.
- <sup>29</sup> Shutts, K., Ornkloo, H., von Hofsten, C., Keen, R., & Spelke, E. S. (2009). Young children's representations of spatial and



- functional relations between objects. *Child Development* 80(6), 1612–1627.
- <sup>30</sup> Newcombe, N. S. (2019). Navigation and the developing brain. *Journal of Experimental Biology* 222 (Suppl 1).
- <sup>31</sup> Frick, A., & Wang, S. (2014). Mental spatial transformations in 14- and 16-month-old infants: Effects of action and observational experience. *Child Development* 85(1), 278–293.
- <sup>32</sup> Örnkloo, H., & von Hofsten, C. (2007). Fitting objects into holes: On the development of spatial cognition skills. *Developmental Psychology* 43(2), 404–416.
- <sup>33</sup> Pruden, S. M., Levine, S. C., & Huttenlocher, J. (2011). Children's spatial thinking: Does talk about the spatial world matter? *Developmental Science* 14(6), 1417–1430.
- <sup>34</sup> Balcomb, F., Newcombe, N. S., & Ferrara, K. (2011). Finding where and saying where: Developmental relationships between place learning and language in the first year. *Journal of Cognition and Development* 12(3), 315–331.
- <sup>35</sup> Clements, D. H., Swaminathan, S., Hannibal, M. A. Z., & Sarama, J. (1999). Young children's concepts of shape. *Journal for research in Mathematics Education* 30, 192–212
- <sup>36</sup> Satlow, E., & Newcombe, N. S. (1998). When is a triangle not a triangle? Young children's developing concepts of geometric shape. *Cognitive Development* 13(4), 547–559.
- <sup>37</sup> Levine, S. C., Goldin-Meadow, S., Carlson, M. T., & Hemani-Lopez, N. (2018). Mental transformation skill in young children: The role of concrete and abstract motor training. *Cognitive Science*, 42(4), 1207–1228.
- <sup>38</sup> Wakefield, E. M., Foley, A. E., Ping, R., Villarreal, J. N., Goldin-Meadow, S., & Levine, S. C. (2019). Breaking down gesture and action in mental rotation: Understanding the components of movement that promote learning. *Developmental Psychology* 55(5), 981–993.
- <sup>39</sup> Bruce, C. D., & Hawes, Z. (2015). The role of 2D and 3D mental rotation in mathematics for young children: What is it? Why does it matter? And what can we do about it? *ZDM Mathematics Education* 47(3), 331–343.
- <sup>40</sup> Jansen, P., Schmelter, A., Quaiser-Pohl, C., Neuburger, S., & Heil, M. (2013). Mental rotation performance in primary school age children: Are there gender differences in chronometric tests? *Cognitive Development* 28(1), 51–62.
- <sup>41</sup> Frick, A., Hansen, M. A., & Newcombe, N. S. (2013). Development of mental rotation in 3- to 5-year-old children. *Cognitive Development* 28(4), 386–399.
- <sup>42</sup> Gentner, D. (1977). Children's performance on a spatial analogies task. *Child Development* 48(3), 1034–1039.
- <sup>43</sup> Simms, N. K., & Gentner, D. (2019). Finding the middle: Spatial language and spatial reasoning. *Cognitive Development* 50, 177–194.
- <sup>44</sup> Levine, S. C., Ratliff, K. R., Huttenlocher, J., & Cannon, J. (2012). Early puzzle play: A predictor of preschoolers' spatial transformation skill. *Developmental Psychology* 48(2), 530–542.
- <sup>45</sup> Casey, B. M., Erkut, S., Ceder, I., & Young, J. M. (2008). Use of a storytelling context to improve girls' and boys' geometry skills in kindergarten. *Journal of Applied Developmental Psychology* 29(1), 29–48.
- <sup>46</sup> Ehrlich, S. B., Levine, S. C., & Goldin-Meadow, S. (2006). The importance of gesture in children's spatial reasoning. *Developmental Psychology* 42(6), 1259–1268.
- <sup>47</sup> Neuburger, S., Jansen, P., Heil, M., & Quaiser-Pohl, C. (2011). Gender differences in pre-adolescents' mental-rotation performance: Do they depend on grade and stimulus type? *Personality and Individual Differences* 50(8), 1238–1242.
- <sup>48</sup> Booth, J. L., & Siegler, R. S. (2008). Numerical magnitude representations influence arithmetic learning. *Child Development* 79(4), 1016–1031.
- <sup>49</sup> Laski, E. V., & Siegler, R. S. (2007). Is 27 a big number? Correlational and causal connections among numerical categorization, number line estimation, and numerical magnitude comparison. *Child Development* 78(6), 1723–1743.
- <sup>50</sup> Siegler, R. S., & Ramani, G. B. (2009). Playing linear number board games—but not circular ones—improves low-income preschoolers' numerical understanding. *Journal of Educational Psychology* 101(3), 545–560.
- <sup>51</sup> Thompson, C. A., & Siegler, R. S. (2010). Linear numerical-magnitude representations aid children's memory for numbers. *Psychological Science* 21(9), 1274–1281.
- <sup>52</sup> Casey, B. M., Andrews, N., Schindler, H., Kersh, J. E., Samper, A., & Copley, J. (2008). The development of spatial skills through interventions involving block building activities. *Cognition and Instruction* 26(3), 269–309.
- <sup>53</sup> Parks, S. (2004). *Inside HELP: Hawaii Early Learning Profile: Administration and Reference Manual*. Palo Alto, CA: VORT Corporation.
- <sup>54</sup> California Department of Education. (2009). *California Infant/Toddler Learning & Development Foundations*. Sacramento, CA: Author.
- <sup>55</sup> California Department of Education. (2008). *California Preschool Learning Foundations* (Vol. 1). Sacramento, CA: Author.
- <sup>56</sup> National Governors Association Center for Best Practices & Council of Chief State School Officers. (2010). *California Common Core State Standards for Mathematics*. [http://www.corestandards.org/wp-content/uploads/Math\\_Standards1.pdf](http://www.corestandards.org/wp-content/uploads/Math_Standards1.pdf)